

Análisis computacional del efecto de la velocidad sobre la precisión de seguimiento en robots móviles diferenciales

Computational analysis of the effect of speed on tracking accuracy in differential mobile robots

Guamán Chacha, José Luis (1) | Castro, Ronal Javier Alejandro (1) | Malavé Vivar, Cecibell Alexandra (1)

Pertenencia institucional

(1) Instituto Superior Tecnológico "Centro Tecnológico Naval", Salinas, Santa Elena, Ecuador.

Correspondencia

infantejose3@hotmail.com

ORCID

Guamán Chacha
0009-0004-1899-4688
Castro
0009-0003-7563-1659
Malavé Vivar
0000-0003-0990-5829

Resumen

Este trabajo analiza cómo la velocidad de operación afecta la precisión del seguimiento de trayectoria de un robot móvil de tracción diferencial. Se desarrolló una simulación computacional en Python utilizando un controlador proporcional con parámetros constantes y una trayectoria de referencia fija. Se evaluaron velocidades entre 0,2 y 1,0 m/s mediante el error de seguimiento, RMSE, error máximo y error final. Los resultados muestran que el aumento de la velocidad reduce el tiempo de recorrido, pero incrementa progresivamente el error. El RMSE aumentó de 0,000308 m a 0,005664 m, mientras que el error máximo pasó de 0,000516 m a 0,008836 m. También se analizaron la influencia de la curvatura, las perturbaciones iniciales, el ruido de medición y la convergencia numérica. Los resultados confirman una relación clara entre velocidad y precisión, proporcionando una base para seleccionar condiciones de operación que equilibren rapidez y exactitud.

Palabras clave:

Robot móvil; Tracción diferencial; Seguimiento de trayectoria; Velocidad de operación; Error de seguimiento

Abstract

This work analyzes how operating speed affects the path-tracking accuracy of a differentially driven mobile robot. A computational simulation was developed in Python using a proportional controller with constant parameters and a fixed reference path. Speeds between 0.2 and 1.0 m/s were evaluated using tracking error, RMSE, maximum error, and final error. The results show that increasing speed reduces travel time but progressively increases error. The RMSE increased from 0.000308 m to 0.005664 m, while the maximum error increased from 0.000516 m to 0.008836 m. The influence of curvature, initial disturbances, measurement noise, and numerical convergence were also analyzed. The results confirm a clear relationship between speed and accuracy, providing a basis for selecting operating conditions that balance speed and precision.

Key words:

Mobile robot; Differential traction; Trajectory tracking; Operating speed; Tracking error

Análisis computacional del efecto de la velocidad sobre la precisión de seguimiento en robots móviles diferenciales

José Luis Guamán Chacha¹, Ronal Javier Alejandro Castro¹, Cecibell Alexandra Malavé Vivar¹

¹Instituto Superior Tecnológico “Centro Tecnológico Naval”, Salinas, Santa Elena, Ecuador

infantejose3@hotmail.com

ronald202189@gmail.com

cmalavev@armada.mil.ec

ORCID: 0009-0004-1899-4688

ORCID: 0009-0003-7563-1659

ORCID: 0000-0003-0990-5829

Resumen

Este trabajo analiza cómo la velocidad de operación afecta la precisión del seguimiento de trayectoria de un robot móvil de tracción diferencial. Se desarrolló una simulación computacional en Python utilizando un controlador proporcional con parámetros constantes y una trayectoria de referencia fija. Se evaluaron velocidades entre 0,2 y 1,0 m/s mediante el error de seguimiento, RMSE, error máximo y error final. Los resultados muestran que el aumento de la velocidad reduce el tiempo de recorrido, pero incrementa progresivamente el error. El RMSE aumentó de 0,000308 m a 0,005664 m, mientras que el error máximo pasó de 0,000516 m a 0,008836 m. También se analizaron la influencia de la curvatura, las perturbaciones iniciales, el ruido de medición y la convergencia numérica. Los resultados confirman una relación clara entre velocidad y precisión, proporcionando una base para seleccionar condiciones de operación que equilibren rapidez y exactitud.

Palabras clave: Robot móvil; tracción diferencial; seguimiento de trayectoria; velocidad de operación; error de seguimiento..

1. Introducción

Los robots móviles de tracción diferencial se utilizan en aplicaciones de navegación autónoma, transporte y seguimiento de trayectorias debido a su estructura sencilla y a la posibilidad de controlar de forma independiente las dos ruedas motrices. Su movimiento puede representarse mediante modelos cinemáticos que relacionan la posición, la orientación y las velocidades del robot, además de considerar las restricciones propias de su movimiento no holonómico [5, 6]. El seguimiento de una trayectoria es, por tanto, una tarea fundamental para evaluar el comportamiento de estos sistemas.

La precisión del seguimiento adquiere especial importancia cuando el robot debe desplazarse a diferentes velocidades. Una velocidad elevada permite reducir el tiempo de recorrido, pero también puede aumentar la desviación respecto a la trayectoria deseada. Esta relación resulta relevante para determinar condiciones de operación que permitan alcanzar un equilibrio entre rapidez y precisión. Diferentes investigaciones han estudiado el seguimiento de trayectorias mediante estrategias de control cinemático, dinámico, robusto y adaptativo, mostrando la importancia de las variables de control y de las características de la trayectoria [7, 8, 10, 11].

Los antecedentes muestran que se han desarrollado diversas estrategias para mejorar la respuesta de robots móviles ante errores de posición, cambios de orientación, perturbaciones e

incertidumbres. Entre ellas se encuentran métodos basados en inversión dinámica, control en tiempo finito, control por eventos y estrategias robustas para robots no holonómicos [12–16]. Estos trabajos han contribuido al desarrollo de métodos capaces de mejorar el seguimiento bajo diferentes condiciones de operación. Sin embargo, el análisis de la velocidad como variable principal del desempeño requiere una evaluación específica cuando los parámetros del controlador y las demás condiciones del sistema permanecen constantes.

En este contexto, se identifica como problema de investigación la falta de una evaluación directa y cuantitativa del efecto de la velocidad de operación sobre el error de seguimiento bajo una misma configuración de control. No se busca proponer un nuevo controlador, sino determinar cómo cambia la precisión del seguimiento cuando únicamente se modifica la velocidad de referencia. Esta condición permite separar el efecto de la velocidad de otros factores relacionados con el diseño del controlador. Además, resulta necesario comprobar que los resultados obtenidos no dependan exclusivamente de condiciones ideales, por lo que se consideran perturbaciones, ruido de medición y diferentes pasos de integración [17, 18].

A partir de esta brecha, el presente trabajo tiene como objetivo analizar mediante simulación computacional la relación entre la velocidad de operación y la precisión del seguimiento de un robot móvil de tracción diferencial. Para ello, se mantiene constante la trayectoria de referencia, el modelo del robot, las ganancias del controlador y los parámetros geométricos, mientras se evalúan diferentes valores de v_{ref} . El desempeño se determina mediante el error de seguimiento, el RMSE, el error máximo y el error final. También se analiza la relación entre el error y la curvatura de la trayectoria, así como la respuesta ante perturbaciones y ruido de medición.

La principal aportación del estudio consiste en cuantificar de manera directa el compromiso entre velocidad y precisión bajo una misma configuración de control. Los resultados permiten identificar cómo cambia el error al aumentar la velocidad y proporcionan una base para establecer condiciones de operación que consideren simultáneamente el tiempo de recorrido y la precisión del seguimiento.

Planteamiento del problema

Los robots móviles de tracción diferencial requieren un seguimiento preciso de la trayectoria para realizar desplazamientos autónomos de forma adecuada. Sin embargo, el aumento de la velocidad de operación puede incrementar la desviación respecto a la trayectoria deseada, aun cuando el controlador y las características del robot se mantengan sin cambios [5, 6]. Por ello, es necesario determinar de forma cuantitativa cómo la velocidad de referencia afecta la precisión del seguimiento bajo condiciones de control constantes.

En este trabajo, el problema se centra en establecer la relación entre la velocidad de operación y el error de seguimiento de un robot móvil de tracción diferencial. Para ello, se comparan diferentes velocidades manteniendo constante la trayectoria, los parámetros geométricos y las ganancias del controlador. Además, se consideran perturbaciones, ruido de medición y la convergencia numérica para comprobar la estabilidad de los resultados.

Pregunta de investigación:

¿Cómo afecta la velocidad de operación a la precisión del seguimiento de trayectoria de un robot móvil de tracción diferencial cuando se mantienen constantes los parámetros del controlador y las demás condiciones de simulación?

2. Modelo teórico

Para el desarrollo de la navegación autónoma se considera un robot móvil de *tracción diferencial*, constituido por dos ruedas motrices independientes. Esta configuración permite generar movimiento lineal y rotacional mediante el control de las velocidades de las ruedas izquierda y derecha, y es ampliamente utilizada en sistemas de navegación y seguimiento de trayectorias debido a su estructura cinemática sencilla y su buena maniobrabilidad [1, 3].

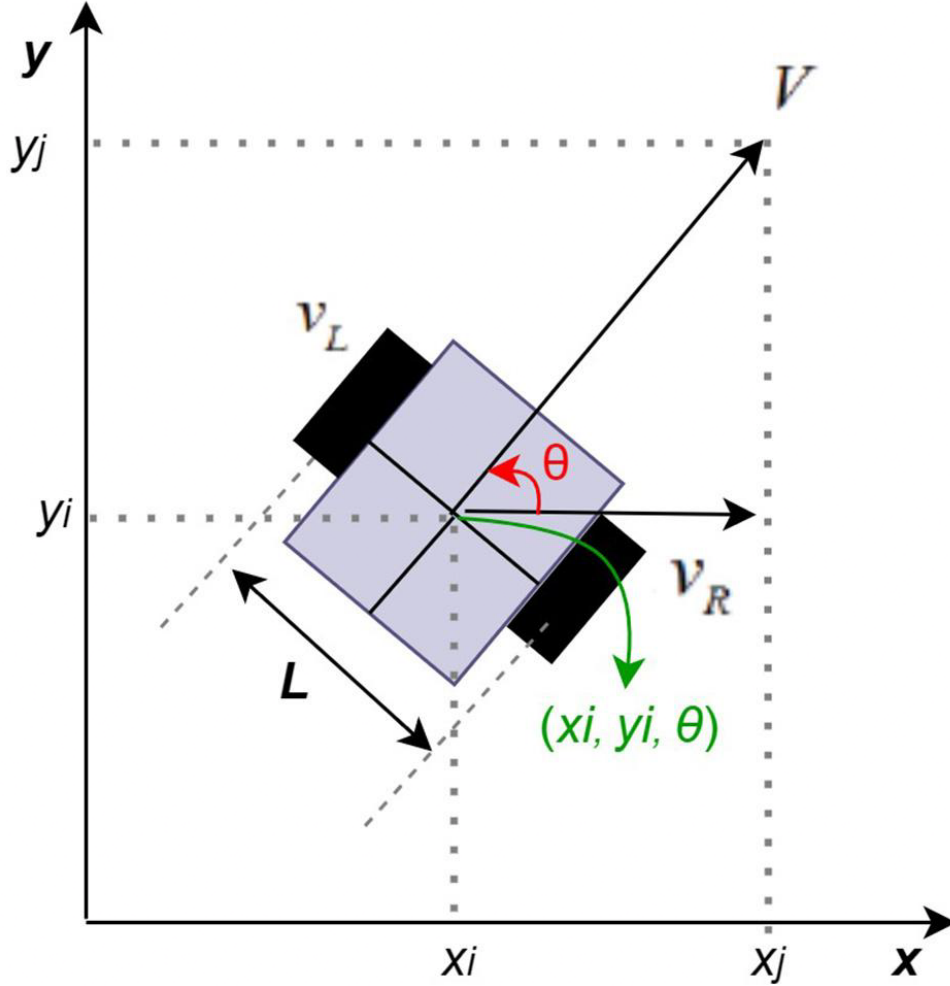


Figura 1: Modelo cinemático del robot móvil de tracción diferencial. v_L y v_R representan las velocidades lineales de las ruedas izquierda y derecha, L la distancia entre las ruedas, y (x_i, y_i, θ) la posición y orientación inicial del robot en el sistema de referencia global. V representa la velocidad lineal del robot.

Para la simulación se adopta un modelo cinemático plano bajo la hipótesis de rodadura sin deslizamiento lateral. La configuración del robot se describe mediante

$$\mathbf{q} = [x \ y \ \theta]^T, \quad (1)$$

donde x y y representan la posición del robot, mientras que θ representa su orientación respecto al sistema de coordenadas global. Las entradas cinemáticas se definen mediante la velocidad lineal v y la velocidad angular ω . Esta representación corresponde al modelo tipo *unicycle* asociado al robot de tracción diferencial [2?].

El movimiento del robot queda descrito por

$$\dot{x} = v \cos \theta, \quad (2)$$

$$\dot{y} = v \sin \theta, \quad (3)$$

$$\dot{\theta} = \omega. \quad (4)$$

Por tanto,

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

La velocidad lineal y la velocidad angular dependen de las velocidades de las ruedas. Si r es el radio de cada rueda y L la distancia entre sus centros, se obtiene

$$v = \frac{r}{2} (\omega_R + \omega_L), \quad (6)$$

y

$$\omega = \frac{r}{L} (\omega_R - \omega_L). \quad (7)$$

Estas relaciones muestran que el movimiento rectilíneo se produce cuando ambas ruedas presentan velocidades iguales, mientras que una diferencia entre ellas genera una velocidad angular y, por tanto, un cambio en la orientación del robot [?].

Sustituyendo las ecuaciones (6) y (7) en (5), se obtiene el modelo directamente en función de las velocidades angulares de las ruedas:

$$\dot{x} = \frac{r}{2} (\omega_R + \omega_L) \cos \theta \quad (8)$$

$$\dot{y} = \frac{r}{2} (\omega_R + \omega_L) \sin \theta \quad (9)$$

$$\dot{\theta} = \frac{r}{L} (\omega_R - \omega_L) \quad (10)$$

El modelo presenta además una restricción no holonómica debido a que las ruedas convencionales no permiten un desplazamiento lateral instantáneo. En consecuencia, la velocidad transversal respecto al eje longitudinal del robot debe ser nula:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0. \quad (11)$$

Esta restricción constituye una característica fundamental de los robots de tracción diferencial y condiciona las trayectorias que pueden ser ejecutadas por el sistema [1].

Para la simulación computacional, las ecuaciones anteriores se discretizan mediante un intervalo de integración Δt . La evolución de la pose se calcula entonces mediante

$$x_{k+1} = x_k + v_k \cos \theta_k \Delta t, \quad (12)$$

$$y_{k+1} = y_k + v_k \sin \theta_k \Delta t, \quad (13)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \omega_k \Delta t. \quad (14)$$

De esta manera, el modelo matemático establece la relación entre las velocidades de control y la trayectoria obtenida durante la simulación. Sobre este modelo se implementarán posteriormente el planificador de trayectoria y el controlador, permitiendo evaluar el error de seguimiento y el comportamiento de navegación del robot en el entorno virtual [1, 3].

3. Metodología computacional

La investigación se desarrollará mediante simulación computacional de un robot móvil de tracción diferencial. El modelo cinemático desarrollado en el marco teórico se utilizará para reproducir el movimiento del robot y evaluar su seguimiento de una trayectoria de referencia. El estudio busca determinar cómo la velocidad de operación afecta la precisión del seguimiento, manteniendo constantes las demás condiciones del sistema. El uso de modelos cinemáticos y estrategias de control para el seguimiento de trayectoria en robots diferenciales constituye un enfoque ampliamente utilizado en este tipo de sistemas [1, 3, 4].

La implementación se realizará en *Python*, utilizando *NumPy* para el cálculo numérico y manejo de vectores y matrices, *SciPy* para los procedimientos numéricos necesarios y *Matplotlib* para la generación de las gráficas. El programa permitirá modificar la velocidad de operación, ejecutar los diferentes escenarios y almacenar los resultados obtenidos bajo las mismas condiciones de simulación.

Para el seguimiento de trayectoria se utilizará un *controlador proporcional (P)*. Se selecciona esta estrategia por su estructura sencilla y porque permite mantener fijos los parámetros de control durante todos los experimentos. El objetivo no es comparar diferentes controladores, sino analizar el efecto de la velocidad de operación sobre el desempeño del seguimiento. En cada instante se obtendrán la posición y orientación deseadas (x_d, y_d, θ_d) y el estado actual del robot (x, y, θ) .

El error de posición se expresará en el sistema de coordenadas del robot mediante

$$\begin{bmatrix} e_x^r \\ e_y^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \end{bmatrix}, \quad (15)$$

donde e_x^r representa el error longitudinal y e_y^r el error lateral. El error de orientación se calculará como

$$e_\theta = \text{atan2}[\sin(\theta_d - \theta), \cos(\theta_d - \theta)]. \quad (16)$$

A partir de estos errores se determinarán las velocidades de control. La ley proporcional utilizada será

$$\begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{\text{ref}} + K_x e_x^r \\ \omega_{\text{ref}} + K_y e_y^r + K_\theta e_\theta \end{bmatrix}, \quad (17)$$

donde v_{ref} es la velocidad de operación, ω_{ref} la velocidad angular de referencia y K_x , K_y y K_θ las ganancias proporcionales. Estos parámetros permanecerán constantes en todas las simulaciones para que la comparación se concentre en el efecto de la velocidad.

Las velocidades de control se transformarán posteriormente en las velocidades de las ruedas utilizando las relaciones establecidas en el modelo cinemático. Con estas señales se actualizará el estado del robot en cada intervalo de simulación. El algoritmo repetirá este proceso hasta completar el tiempo establecido, almacenando la posición, orientación, velocidades y error de seguimiento.

El procedimiento computacional seguirá la secuencia

Trayectoria $\rightarrow$ Estado del robot $\rightarrow$ Errores $\rightarrow$ Controlador P
 $\rightarrow$ Velocidades de control $\rightarrow$ Actualización del estado $\rightarrow$ Evaluación

(18)

La **variable independiente** será la velocidad de operación v_{ref} . Se analizarán inicialmente los valores de 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1,0 m/s. La **variable dependiente principal** será el error de seguimiento. Se mantendrán constantes la trayectoria de referencia, las condiciones iniciales, los parámetros geométricos del robot, las ganancias del controlador, el tiempo

de simulación y el intervalo de integración. La Tabla 1 resume las variables y parámetros considerados.

Cuadro 1: Variables y parámetros de la simulación.

Tipo	Variable	Descripción
Independiente	v_{ref}	Velocidad de operación modificada entre los escenarios.
Dependiente	$e(t)$	Error de seguimiento durante el recorrido.
Dependiente	$RMSE$	Indicador principal de precisión del seguimiento.
Dependiente	$e_{\text{máx}}$	Mayor desviación respecto a la trayectoria.
Dependiente	e_f	Error al finalizar la trayectoria.
Controlada	K_x, K_y, K_θ	Ganancias del controlador proporcional.
Controlada	r, L	Parámetros geométricos del robot.
Controlada	Δt	Intervalo de integración.
Controlada	Trayectoria	Misma trayectoria de referencia en todas las pruebas.
Controlada	Estado inicial	Misma posición y orientación inicial.

En cada simulación se calculará la distancia entre la posición deseada y la posición real del robot mediante

$$e(t) = \sqrt{[x_d(t) - x(t)]^2 + [y_d(t) - y(t)]^2}, \quad (19)$$

A partir de esta señal se obtendrán el error medio, el error máximo, el error final y el error cuadrático medio. El RMSE será el indicador principal para comparar los diferentes escenarios:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N e_k^2}, \quad (20)$$

donde N es el número de muestras y e_k corresponde al error de seguimiento en cada instante.

Los resultados se representarán mediante la trayectoria de referencia y la trayectoria obtenida, la evolución temporal del error, el error máximo para cada velocidad y la relación entre el RMSE y la velocidad de operación. La representación principal será

$$RMSE = f(v_{\text{ref}}),$$

porque permitirá determinar directamente cómo cambia la precisión del seguimiento al modificar la velocidad. Los resultados de los diferentes escenarios se utilizarán para identificar el comportamiento del error y, si los datos lo permiten, establecer un rango de velocidad que mantenga una precisión adecuada.

De esta manera, el estudio permitirá establecer cuantitativamente la relación entre la velocidad de operación y el error de seguimiento del robot móvil de tracción diferencial. El resultado central será determinar cómo cambia el desempeño del robot al aumentar la velocidad y establecer las condiciones de operación que proporcionen un equilibrio adecuado entre rapidez y precisión.

4. Resultados

En esta sección se presentan los resultados obtenidos mediante las simulaciones realizadas para las diferentes velocidades de referencia. Se analiza el seguimiento de la trayectoria, la evolución del error, la influencia de la velocidad, la robustez ante perturbaciones y la estabilidad numérica del modelo. Finalmente, se integran los principales resultados para establecer el comportamiento del robot bajo las condiciones estudiadas.

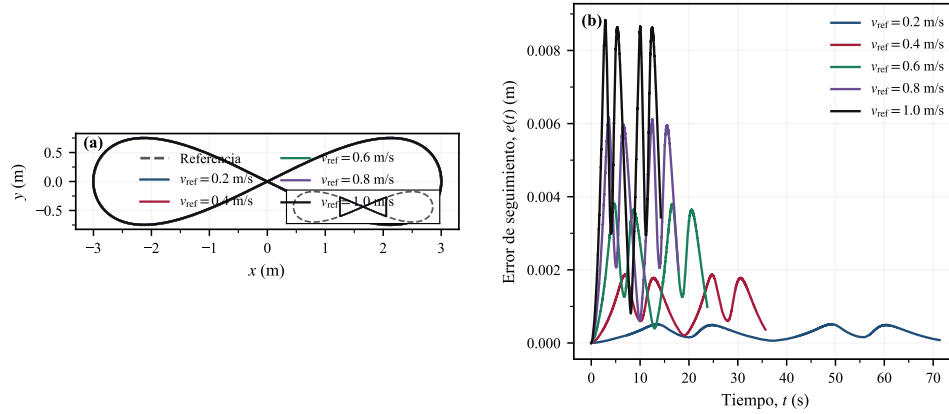


Figura 2: Seguimiento de la trayectoria y evolución del error para diferentes velocidades de referencia. En (a) se compara la trayectoria de referencia con las trayectorias obtenidas para $v_{ref} = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8$ y $1,0$ m/s. En (b) se muestra la evolución temporal del error de seguimiento.

La Figura 2 muestra que el robot mantiene un seguimiento adecuado de la trayectoria de referencia en las cinco velocidades analizadas. En el panel (a), las trayectorias obtenidas permanecen próximas a la trayectoria deseada, aunque la desviación aumenta conforme se incrementa la velocidad de operación.

El panel (b) permite observar esta diferencia con mayor claridad. A bajas velocidades, el error permanece reducido durante todo el recorrido. Al aumentar v_{ref} , aparecen desviaciones de mayor magnitud y los valores máximos del error también aumentan. El mayor error se presenta para $v_{ref} = 1,0$ m/s, mientras que el menor corresponde a $0,2$ m/s.

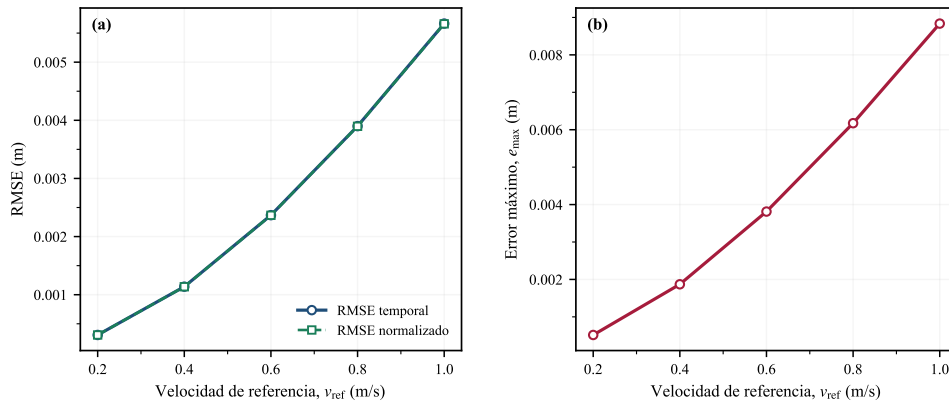


Figura 3: Relación entre la velocidad de referencia y el error de seguimiento. En (a) se presenta el RMSE temporal y normalizado para las diferentes velocidades. En (b) se muestra el error máximo obtenido en cada escenario.

La Figura 3 muestra una tendencia clara: el error de seguimiento aumenta a medida que

se incrementa la velocidad de referencia. En el panel (a), el RMSE pasa de aproximadamente 0.0003 m a 0.0057 m entre 0.2 y 1.0 m/s. Las dos medidas presentan valores prácticamente coincidentes, lo que indica que el resultado no depende de la duración diferente de cada recorrido.

En el panel (b), el error máximo también crece de forma continua. Su valor pasa de aproximadamente 0.0005 m a 0.0088 m en el mismo intervalo de velocidades.

En consecuencia, las velocidades más bajas permiten un seguimiento más preciso, mientras que las velocidades elevadas producen mayores desviaciones respecto a la trayectoria de referencia. El resultado respalda el objetivo principal del estudio: cuantificar el efecto de la velocidad de operación sobre la precisión del seguimiento.

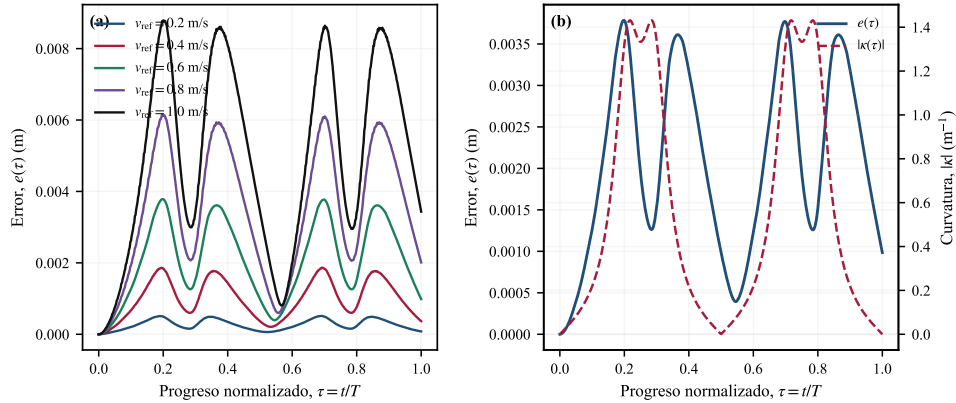


Figura 4: Evolución del error de seguimiento en función del progreso normalizado de la trayectoria. En (a) se compara el error para las diferentes velocidades de referencia. En (b) se relaciona el error de seguimiento con la curvatura de la trayectoria.

La Figura 4 permite comparar el comportamiento del robot durante el mismo recorrido, independientemente del tiempo necesario para completar la trayectoria. En el panel (a), el error aumenta conforme se incrementa la velocidad de referencia. Los valores más elevados aparecen en determinadas zonas del recorrido y alcanzan su mayor magnitud para $v_{ref} = 1.0$ m/s.

El panel (b) muestra que los mayores errores coinciden con las regiones donde la trayectoria presenta mayor curvatura. Esta coincidencia es especialmente visible alrededor de 0.2, 0.7 y 0.85. En estas zonas, el robot debe cambiar su dirección con mayor rapidez, lo que produce una mayor desviación respecto a la trayectoria deseada.

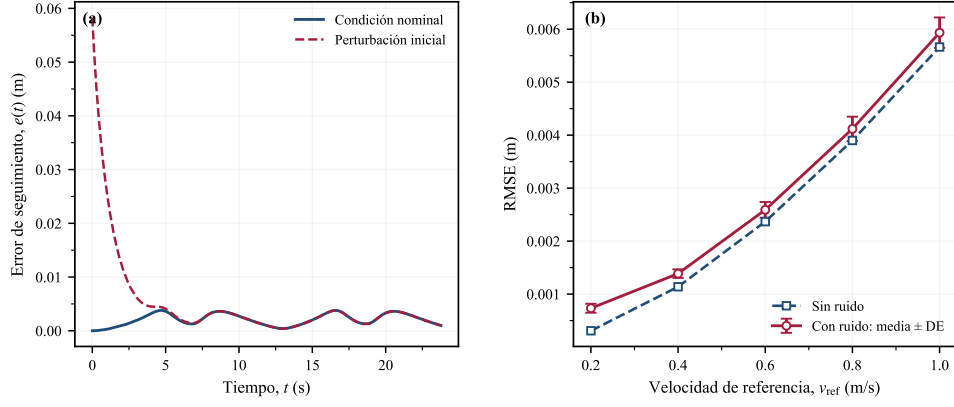


Figura 5: Evaluación de la robustez del seguimiento de trayectoria. En (a) se compara la evolución del error en condiciones nominales y con una perturbación inicial. En (b) se compara el RMSE sin ruido y con ruido de medición para las diferentes velocidades de referencia.

La Figura 5 evalúa el comportamiento del robot cuando las condiciones de simulación dejan de ser ideales. En el panel (a), la perturbación inicial produce un error cercano a 0.06 m al comienzo del recorrido. Sin embargo, este error disminuye rápidamente y, después de los primeros segundos, la respuesta perturbada se aproxima a la condición nominal. Esto indica que el controlador puede recuperar el seguimiento después de una desviación inicial.

En el panel (b), el RMSE aumenta con la velocidad tanto sin ruido como con ruido de medición. La presencia de ruido produce valores ligeramente superiores en todos los escenarios. A 1.0 m/s se obtiene el mayor RMSE, mientras que a 0.2 m/s se registra el menor valor.

Estos resultados muestran que el comportamiento observado con el modelo ideal se mantiene cuando se introducen perturbaciones y ruido de medición. Aunque estas condiciones incrementan el error, la tendencia respecto a la velocidad permanece clara.

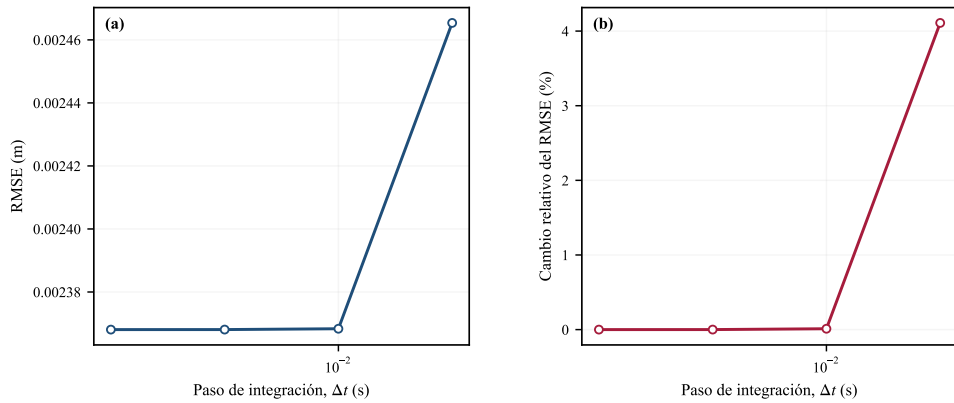


Figura 6: Evaluación de la convergencia numérica de la simulación. En (a) se muestra la variación del RMSE en función del paso de integración Δt . En (b) se presenta el cambio relativo del RMSE respecto al resultado de referencia.

La Figura 6 permite comprobar si el resultado depende del paso de integración utilizado en la simulación. En el panel (a), el RMSE permanece prácticamente constante para los pasos más pequeños y solo presenta una variación apreciable cuando se utiliza un paso mayor.

El panel (b) confirma este comportamiento. El cambio relativo del RMSE se mantiene cercano a cero para los pasos de 0.0005 s y 0.0025 s, mientras que aumenta al utilizar 0.02 s.

Por tanto, el paso de integración de 0.0025 s proporciona un resultado estable y puede utilizarse como referencia para las simulaciones. Esto permite separar los cambios producidos por la velocidad de operación de aquellos asociados con la discretización numérica.

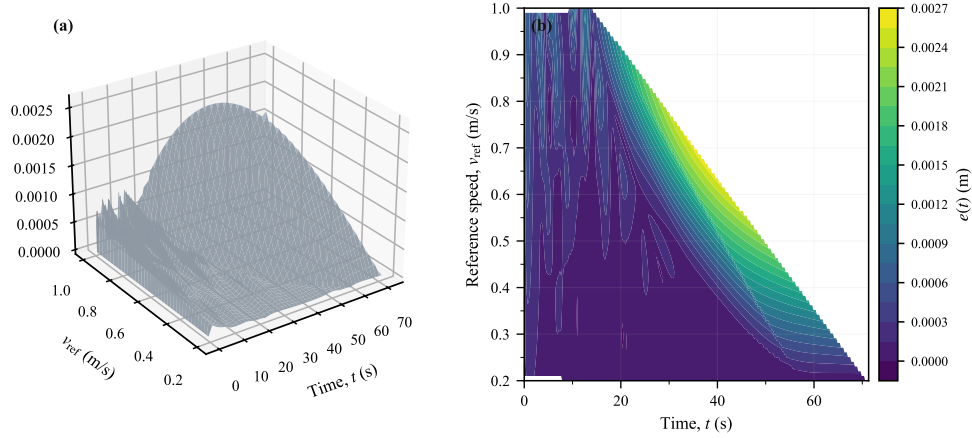


Figura 7: Distribución del error de seguimiento para las diferentes velocidades de referencia. En (a) se presenta la variación del error respecto al tiempo y la velocidad mediante una superficie tridimensional. En (b) se muestra el correspondiente mapa de contorno.

La Figura 7 permite observar de forma conjunta cómo cambia el error de seguimiento con el tiempo y la velocidad de referencia. En el panel (a), los valores más elevados del error se concentran en las velocidades mayores y durante las primeras etapas del recorrido. A medida que disminuye la velocidad, la magnitud del error también se reduce.

El panel (b) permite identificar con mayor claridad esta distribución. Las zonas de mayor intensidad corresponden a velocidades próximas a 1.0 m/s, mientras que los valores más bajos se encuentran principalmente en las velocidades inferiores. También se observa que el error varía a lo largo del recorrido y no permanece constante durante la trayectoria. Como síntesis de los resultados obtenidos, la Tabla 2 reúne los valores correspondientes a la convergencia numérica y al comportamiento del seguimiento para las diferentes velocidades de referencia. Esta comparación permite evaluar, en un mismo conjunto de resultados, la estabilidad de la simulación y los cambios producidos en el error al modificar la velocidad de operación.

Cuadro 2: Resultados unificados del estudio de convergencia temporal y del rendimiento del controlador.

Convergencia temporal				Rendimiento por velocidad ($T_c = 0,05$ s)					
Δt (s)	RMSE (m)	$e_{m\acute{a}x}$ (m)	Rel. (%)	v_{ref} (m/s)	RMSE (m)	e_{medio} (m)	$e_{m\acute{a}x}$ (m)	e_{final} (m)	Tiempo (s)
0.0200	0.002465	0.003978	4.109	0.2	0.000308	0.000271	0.000516	0.000079	71.3075
0.0100	0.002368	0.003813	0.011	0.4	0.001138	0.001008	0.001870	0.000366	35.6550
0.0050	0.002368	0.003813	0.000	0.6	0.002368	0.002104	0.003813	0.000985	23.7700
0.0025	0.002368	0.003813	0.000	0.8	0.003900	0.003471	0.006174	0.002011	17.8275
				1.0	0.005664	0.005047	0.008836	0.003434	14.2625

La Tabla 2 resume los principales resultados obtenidos en las simulaciones. El análisis de convergencia muestra que el RMSE permanece prácticamente constante al reducir el paso de integración desde $\Delta t = 0,01$ s hasta $\Delta t = 0,0025$ s. En este último intervalo, la variación relativa es inferior al 0,02 %, lo que indica que los resultados utilizados para el análisis no dependen de forma significativa de la discretización temporal. Por esta razón, se adopta $\Delta t = 0,0025$ s como paso de integración de referencia.

En cuanto al efecto de la velocidad, los resultados muestran un incremento continuo del error. El RMSE aumenta desde 0,000308 m para $v_{\text{ref}} = 0,2$ m/s hasta 0,005664 m para $v_{\text{ref}} = 1,0$ m/s. De forma similar, el error máximo pasa de 0,000516 m a 0,008836 m. Esto representa un incremento considerable de la desviación a medida que aumenta la velocidad de operación.

El tiempo necesario para completar la trayectoria disminuye de 71,31 s a 14,26 s entre 0,2 y 1,0 m/s. Por tanto, el aumento de velocidad permite reducir el tiempo de recorrido, pero esta ventaja se acompaña de una pérdida progresiva de precisión en el seguimiento.

En conjunto, los resultados permiten establecer que, bajo las condiciones evaluadas y manteniendo constantes los parámetros del controlador, la velocidad de operación constituye un factor determinante del error de seguimiento. Las velocidades bajas proporcionan mayor precisión, mientras que las velocidades altas reducen el tiempo de recorrido a costa de mayores desviaciones respecto a la trayectoria de referencia. Este resultado constituye la principal evidencia cuantitativa del estudio y proporciona una base para definir posteriormente un rango de velocidad de operación de acuerdo con el nivel de error admisible.

5. Discusión

Los resultados muestran una relación clara entre la velocidad de operación y la precisión del seguimiento. Al aumentar v_{ref} , el RMSE y el error máximo también aumentan, mientras que el tiempo necesario para completar la trayectoria disminuye. Esto indica que el robot puede desplazarse a mayor velocidad, pero con una mayor desviación respecto a la trayectoria deseada. Las mayores desviaciones se presentan principalmente en las zonas de mayor curvatura, donde el robot debe cambiar de dirección con mayor rapidez.

La prueba de perturbación muestra que el controlador recupera el seguimiento después de una desviación inicial. Además, el análisis con ruido mantiene la misma tendencia observada en las condiciones nominales. La prueba de convergencia confirma que, con $\Delta t = 0,0025$ s, los resultados son estables y no dependen de forma significativa del paso de integración. En conjunto, los resultados indican que la velocidad debe seleccionarse considerando el equilibrio entre el tiempo de recorrido y la precisión del seguimiento, lo que constituye el principal resultado del estudio.

6. Conclusiones

Los resultados muestran que el aumento de la velocidad de operación reduce considerablemente el tiempo de recorrido, pero incrementa el error de seguimiento. El RMSE aumentó de 0,000308 m a 0,005664 m al pasar de 0,2 a 1,0 m/s, mientras que el tiempo de recorrido disminuyó de 71,31 s a 14,26 s. Los mayores errores se observaron principalmente en las regiones de mayor curvatura de la trayectoria. Además, el análisis de convergencia confirmó que los resultados son estables para el paso de integración utilizado. En consecuencia, la velocidad de operación debe seleccionarse considerando el equilibrio entre rapidez y precisión.

Referencias

- [1] N. Leena and K. K. Saju, *Modelling and Trajectory Tracking of Wheeled Mobile Robots*, Procedia Technology, vol. 24, pp. 538–545, 2016, doi: [10.1016/j.protcy.2016.05.094](https://doi.org/10.1016/j.protcy.2016.05.094).
- [2] G. Klančar, D. Matko, and S. Blažič, *A control strategy for platoons of differential drive*

- wheeled mobile robot, *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 59, no. 2, pp. 57–64, 2011, doi: [10.1016/j.robot.2010.12.002](https://doi.org/10.1016/j.robot.2010.12.002).
- [3] H. Rodríguez-Cortés and M. Velasco-Villa, *A new geometric trajectory tracking controller for the unicycle mobile robot*, *Systems & Control Letters*, vol. 168, p. 105360, 2022, doi: [10.1016/j.sysconle.2022.105360](https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2022.105360).
 - [4] I. Estrada-Sánchez, M. Velasco-Villa, and H. Rodríguez-Cortés, *A new trajectory tracking controller for the unicycle mobile robot*, *Congreso Nacional de Control Automático*, Monterrey, Nuevo León, México, 2017.
 - [5] G. Campion, G. Bastin, and B. D’Andrea-Novet, *Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots*, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 1, pp. 47–62, 1996, doi: [10.1109/70.481750](https://doi.org/10.1109/70.481750).
 - [6] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki, and T. Noguchi, *A stable tracking control method for a non-holonomic mobile robot*, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1236–1241, 1991, doi: [10.1109/IROS.1991.174669](https://doi.org/10.1109/IROS.1991.174669).
 - [7] Z.-P. Jiang and H. Nijmeijer, *Tracking control of mobile robots: A case study in backstepping*, *Automatica*, vol. 33, no. 7, pp. 1393–1399, 1997, doi: [10.1016/S0005-1098\(97\)00055-1](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(97)00055-1).
 - [8] R. Fierro and F. L. Lewis, *Control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics*, *Journal of Robotic Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 149–163, 1997, doi: [10.1002/\(SICI\)1097-4563\(199703\)14:3<149::AID-ROB1>3.0.CO;2-R](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-4563(199703)14:3<149::AID-ROB1>3.0.CO;2-R).
 - [9] G. Antonelli, S. Chiaverini, and G. Fusco, *A fuzzy-logic-based approach for mobile robot path tracking*, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 15, no. 2, pp. 211–221, 2007, doi: [10.1109/TFUZZ.2006.879998](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2006.879998).
 - [10] C.-L. Shih and L.-C. Lin, *Trajectory Planning and Tracking Control of a Differential-Drive Mobile Robot in a Picture Drawing Application*, *Robotics*, vol. 6, no. 3, p. 17, 2017, doi: [10.3390/robotics6030017](https://doi.org/10.3390/robotics6030017).
 - [11] M. Yue, F. Tang, B. Liu, and B. Yao, *Trajectory-tracking control of a nonholonomic mobile robot: Backstepping kinematics into dynamics with uncertain disturbances*, *Applied Artificial Intelligence*, vol. 26, no. 10, pp. 952–966, 2012, doi: [10.1080/08839514.2012.731347](https://doi.org/10.1080/08839514.2012.731347).
 - [12] S. K. Saha, A. R. Mandal, and S. M. Bandyopadhyay, *Trajectory Tracking of Autonomous Mobile Robots Using Nonlinear Dynamic Inversion*, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 1, pp. 202–207, 2018, doi: [10.1016/j.ifacol.2018.05.041](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.05.041).
 - [13] Y. Wang, Y. Zhang, and X. Wang, *Finite-time output feedback tracking control for a nonholonomic wheeled mobile robot*, *Aerospace Science and Technology*, vol. 78, pp. 574–579, 2018, doi: [10.1016/j.ast.2018.05.005](https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.05.005).
 - [14] X. Wang, J. Wang, and Y. Zhao, *Event-based tracking control for nonholonomic mobile robots*, *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 38, p. 100945, 2020, doi: [10.1016/j.nahs.2020.100945](https://doi.org/10.1016/j.nahs.2020.100945).

- [15] M. Ou, H. Sun, Z. Zhang, L. Li, and X.-A. Wang, *Fixed-time tracking control for nonholonomic mobile robot*, *Kybernetika*, vol. 57, no. 2, pp. 220–235, 2021, doi: [10.14736/kyb-2021-2-0220](https://doi.org/10.14736/kyb-2021-2-0220).
- [16] H. Zhang, Y. Wang, and X. Li, *Robust tracking control of a differential drive wheeled mobile robot using fast nonsingular terminal sliding mode*, *Computers & Electrical Engineering*, vol. 96, p. 107488, 2021, doi: [10.1016/j.compeleceng.2021.107488](https://doi.org/10.1016/j.compeleceng.2021.107488).
- [17] S. I. C. Gulo and T. Tamba, *Design of trajectory tracking control for an differential drive wheeled mobile robot*, *Jurnal Nasional Teknik Elektro dan Teknologi Informasi*, vol. 10, no. 3, 2021, doi: [10.22146/jnteti.v10i3.1454](https://doi.org/10.22146/jnteti.v10i3.1454).
- [18] L. Yan, B. Ma, and Y. Jia, *Trajectory tracking control of nonholonomic wheeled mobile robots using only measurements for position and velocity*, *Automatica*, vol. 159, p. 111374, 2024, doi: [10.1016/j.automatica.2023.111374](https://doi.org/10.1016/j.automatica.2023.111374).
- [19] P. Morin and C. Samson, *Motion control of wheeled mobile robots*, Springer Handbook of Robotics, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 799–826, 2008, doi: [10.1007/978-3-540-30301-5_35](https://doi.org/10.1007/978-3-540-30301-5_35).
- [20] A. De Luca and G. Oriolo, *Trajectory planning and control for robots*, Robotics and Automation Handbook, CRC Press, 2002.
- [21] L. Marton, *Robust control of a differential drive mobile robot*, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 20, no. 9, pp. 969–980, 2010, doi: [10.1002/rnc.1492](https://doi.org/10.1002/rnc.1492).
- [22] H. Cheng, Y. Zhang, and J. Wu, *Adaptive tracking control of differential drive mobile robots with unknown parameters*, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 12, pp. 12545–12554, 2021, doi: [10.1109/TIE.2020.3047045](https://doi.org/10.1109/TIE.2020.3047045).
- [23] Y. Zhang, X. Li, and C. Yang, *Sliding mode control for trajectory tracking of mobile robots with unknown disturbances*, *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 3, pp. 1421–1439, 2020, doi: [10.1016/j.jfranklin.2019.11.064](https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2019.11.064).
- [24] Z. Li, H. Wang, and B. Xu, *Neural network based tracking control for nonholonomic mobile robots with input saturation*, *Neurocomputing*, vol. 503, pp. 32–42, 2022, doi: [10.1016/j.neucom.2022.06.084](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2022.06.084).
- [25] Y. Sun, X. Wang, and J. Zhou, *Event-triggered control for trajectory tracking of mobile robots with unknown disturbances*, *International Journal of Control*, vol. 96, no. 5, pp. 1221–1233, 2023, doi: [10.1080/00207179.2022.2055512](https://doi.org/10.1080/00207179.2022.2055512).
- [26] H. Wang, Y. Liu, and Z. Guo, *Robust trajectory tracking of mobile robots using adaptive control with unknown disturbances*, *IEEE Access*, vol. 7, pp. 152234–152243, 2019, doi: [10.1109/ACCESS.2019.2948362](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2948362).
- [27] S. Guo, Z. Zhang, and L. Li, *Fixed-time tracking control for mobile robots with disturbances and input saturation*, *ISA Transactions*, vol. 128, pp. 315–325, 2022, doi: [10.1016/j.isatra.2022.01.012](https://doi.org/10.1016/j.isatra.2022.01.012).
- [28] X. Li, C. Yang, and Y. Zhang, *Adaptive neural network control for trajectory tracking of mobile robots with input dead-zone*, *Applied Soft Computing*, vol. 106, p. 107335, 2021, doi: [10.1016/j.asoc.2021.107335](https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107335).

- [29] T. Fukao, H. Nakagawa, and K. Adachi, *Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 16, no. 5, pp. 609–615, 2000, doi: [10.1109/70.852605](https://doi.org/10.1109/70.852605).
- [30] Y. Liu, X. Wang, and S. Zhang, *Finite-time control of mobile robots with unknown disturbances and actuator saturation*, Nonlinear Dynamics, vol. 94, pp. 365–378, 2018, doi: [10.1007/s11071-018-4366-2](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4366-2).